

Eixo Temático: Estratégia e Internacionalização de Empresas

**PROGRAMAÇÃO LINEAR CONTÍNUA NA OTIMIZAÇÃO CONDICIONADA DAS
EXPORTAÇÕES DE CASTANHA DE CAJU**

**CONTINUOUS LINEAR PROGRAMMING IN CONDITIONAL OPTIMIZATION OF
CASHEW NUT EXPORTS**

Júlio Vicente Cateia e Gilberto de Oliveira Veloso

RESUMO

A produção e a exportação de castanha de caju da Guiné-Bissau aumentaram significativamente nas quatro últimas décadas. Como efeito, o país tem contraído elevadíssimas divisas graças ao preço internacional favorável desta commodity. No entanto, a flutuação da renda da Índia – seu principal parceiro comercial - tem influenciado muito a economia nacional, fortemente dependente do imposto de exportação. O presente estudo objetivou minimizar o fluxo de exportações de castanha de caju para Índia no período de 1970-2010 utilizando o modelo matemático de programação linear. Os resultados reportados através da utilização do método simplex sugeriram uma renda indiana de US\$ 0,6088 milhões, uma taxa de câmbio de US\$2.677/Franco CFA e uma renda interna de US\$ 19.152 milhões, de modo a permitir o fluxo mínimo de exportações anuais na ordem de US\$ 4.003.200, sendo este o valor ótimo que diminui os efeitos das flutuações das variáveis externas sobre a economia doméstica.

Palavras-chave: Exportação da castanha de caju, Programação linear, Método simplex.

ABSTRACT

Production and exports of Guinea-Bissau's cashew nuts increased significantly in the last four decades. In effect, the country has contracted very high currency thanks to favorable international prices of this commodity. However, the fluctuation of income of India - its main trading partner - has greatly influenced the national economy, heavily dependent on export tax. This study aimed to minimize the flow of cashew nut exports to India in the 1970-2010 period using the mathematical model of linear programming. The results reported using the simplex method suggested an Indian income of US\$ 0.6088, an exchange rate of US\$2.677/CFA and domestic income of US\$ 19.152 million, to allow the flow minimum annual exports of around US\$ 4.003.200, which is the optimal value that decreases the effects of fluctuations of the external variables on the domestic economy.

Keywords: Export of cashew nuts, Linear programming, Simplex method.

1. INTRODUÇÃO

A demanda mundial por *commodities* agrícolas guineenses aumentou significativamente nas quatro últimas décadas, tornando-se uma opção factível para a Guiné-Bissau aumentar as divisas via comércio internacional. De 1990 a 2011, as exportações de produtos agrícolas cresceram a taxas superiores a 600%. A representatividade do setor agrícola guineense no início da década de 1990 sobe de 80,12% para 90,91%, em 2011 (FAO, 2015). Percentagem essa que rende ao país a primeira colocação entre os de maior participação de produtos agrícolas na grade exportadora. Esse incremento da participação do setor agrícola no total exportado é explicado pelas exportações de castanha de caju, que no mesmo período cresceu em torno de 750% (FAO, 2015).

A crescente demanda externa por castanha de caju impulsiona cada vez mais essa atividade e consequentemente a economia guineense. Em 1995, estimava-se em cerca de 103 mil hectares a área destinada à exploração dos cajueiros. Em média, a cada ano 10 mil novos hectares são incorporados à atividade, permitindo expandir a produção em torno de 20% ao ano (Guiné-Bissau, 2004).

Atualmente, a Guiné-Bissau é um dos principais produtores mundial de castanha de caju. Em 2012, última informação encontrada, o país produziu US\$ 113.970 milhões, colocando-o na sétima posição, atrás do Vietnã (US\$ 1.042.410), Nigéria (US\$ 732.199), Índia (US\$ 595.212), Costa do Marfim (US\$ 393.890), Benin (US\$ 488.803) e Filipinas (US\$ 116.014)¹. Em uma escala global, o país firma-se como um dos importantes *players* no mercado, favorecido muitas vezes pela qualidade da castanha produzida e pela sua situação geográfica favorável, visto que é um produto que se adapta muito bem ao clima tropical.

Com isso, o Governo guineense vem adotando políticas de promoção da exportação dessa *commodity*, uma vez que as receitas aduaneiras contribuem muito às finanças públicas do país. Cabe ressaltar, que as receitas alfandegárias oriundas das exportações de castanhas contribuem entre 35% e 40% do total da receita tributária gerada, desde 2007. Nesse mesmo período, o imposto sobre a exportação de castanha de caju situa-se em torno de US\$ 40 milhões (Guiné-Bissau, 2010).

É importante destacar que, historicamente, a produção e a comercialização dos produtos agrícolas tradicionais voltados à exportação, na maioria dos países africanos, em Guiné-Bissau não é diferente, são controladas pelo Governo. Isso é feito via quota de exportação, programas específicos de estoque regulador e de ações organizadas por meio de acordos internacionais de *commodities* (Diao, Dorosh e Rahmn, 2007). Essa ingerência do Estado possui dois propósitos, a saber: manter o equilíbrio fiscal das contas públicas, através da receita gerada pelos impostos de exportação e assegurar, via Política Agrícola, o crescimento e a modernização da agricultura, para que este setor mantenha a sua participação no PIB. No caso específico de Guiné-Bissau, em 2011, o setor agrícola respondeu por 54% do PIB, contra 11% e 35% dos setores industrial e serviços, respectivamente. Dessa forma, o Governo de Guiné-Bissau justifica a forte intervenção no setor agrícola, com o intuito de garantir o crescimento do PIB, o nível de emprego e gerar receita para o financiamento de programas sociais de combate à pobreza.

Diante da importância da castanha de caju para a economia guineense, retratada, busca com a presente pesquisa aprofundar o entendimento de como alcançar um nível ótimo das exportações desta *commodity* a partir das variáveis recorrentemente utilizadas na análise de fluxos de comércio internacional, tais com as respectivas rendas dos países envolvidos no comércio e preços relativos das suas moedas.

¹Os dados são expressos em milhões de dólares americanos.

Um entendimento do nível ótimo da taxa de câmbio e das rendas pode servir, especialmente, para orientar o governante na elaboração de políticas econômicas mais consistentes concentrando esforços justamente naquelas variáveis que mais influenciam o comércio exterior, à medida que permite aos formuladores de política econômica lidar com as inevitáveis, ou até mesmo as previsíveis, mudanças da balança comercial e dos níveis da renda e do emprego, especialmente no caso da Guiné-Bissau que é um país com nível de desenvolvimento relativamente baixo e com a pauta de exportação muito concentrada em poucos produtos agrícolas.

Tendo em vista o peso da castanha de caju na grade exportadora que responde, desde 2000, por mais de 70% das exportações de Guiné-Bissau destinada para Índia, que é seu principal parceiro comercial², fazendo com que as divisas geradas fiquem muito vulneráveis a condições da economia daquele país, um mínimo de exportações de castanha de caju para Índia pode contribuir de duas maneiras para economia guineense. Por um lado, diminuir as exportações pode amenizar os efeitos das flutuações da economia indiana sobre a economia doméstica. Por outro lado, uma vez que o país exporta quase a totalidade da castanha in natura, outra contribuição dá-se no fato de que a diminuição do fluxo externo desta commodity pode servir de estímulo à criação de indústrias internamente ligadas ao seu processamento, gerando maior valor agregação ao produto.

Frente a essa problemática, o presente trabalho delinea-se como objetivo minimizar as exportações da castanha de caju para Índia no período de 1970-2010, utilizando o modelo matemático de programação linear. Este estudo será realizado a partir da análise do nível ótimo das rendas da Guiné-Bissau e da Índia que permitem o menor volume de exportações da castanha. Também será verificado um nível eficiente do câmbio, isto é, o nível da flutuação cambial segundo o qual as exportações fluem minimamente para o exterior.

Para contemplar tais objetivos o presente trabalho está estruturado, além desta seção introdutória, da seguinte forma: na Seção 2, é feita uma incursão histórica da literatura, na qual é possível fazer uma revisão conceitual e empírica sobre a modelagem de programação linear. Na Seção 3 faz-se a apresentação do método e materiais, bem como a fonte e a base dos dados utilizados na pesquisa, visando à utilização do método simplex. Na Seção 4 são analisados os principais resultados. As conclusões são reservadas para a Seção 5.

2. PESQUISA OPERACIONAL E A MODELAGEM DE PROGRAMAÇÃO LINEAR: UMA REVISÃO CONCEITUAL E DA LITERATURA

Os métodos de solução de problemas sofrem especialidades e particularidades, de tal forma que o processo de modelagem matemática e as técnicas de solução inerentes aos diversos contextos de programação variam e geralmente são agrupados em várias subáreas, a saber: a programação inteira, a programação não linear e a programação linear. Goldberg (2005) argumenta que o campo de programação matemática e sua aplicação consagram-se devido à sua ampla utilidade na solução de problemas de otimização.

Segundo Chinneck (2001), a maioria das técnicas de otimização em uso atualmente pode traçar suas origens aos métodos desenvolvidos durante a Segunda Guerra Mundial, sendo o modelo de programação Linear (PL) utilizado pela primeira vez na *“Grã-Bretanha na determinação de números de aviões a serem mantidos em condições de fazer frente aos ataques*

²Os dados do destino de exportações de castanha de caju da Guiné-Bissau estão disponíveis em: <http://comtrade.un.org/data/>. Acesso: 05/12/2014. Vale acrescentar também que os dados da seção introdutória referentes à produção e à exportação da castanha de caju estão disponíveis em: <http://faostat.fao.org/site/342/default.aspx>. Acesso: 05/12/2014.

alemães”. A PL é uma das modelagens empíricas mais bem sucedidas nas últimas décadas, tornando-se também é um dos avanços científicos mais importantes na história da ciência moderna, graças a sua ampla aplicabilidade em diversas áreas do conhecimento, tais como em Medicina, Logística, Economia, Telecomunicações, Pesquisa Operacional, Administração, entre outras.

Especificamente, em economia, a aplicação da PL envolve uma combinação ótima de recursos escassos visando minimizar os custos ou maximizar os lucros, o que implica dizer que ela procura combinar recursos eficientemente de modo que o problema alocativo seja factível.

Em geral, a PL utiliza o modelo matemático que permite escolher a melhor solução entre as soluções disponíveis a partir de um problema previamente definido. Sua aplicação requer definir os problemas coerentes com as hipóteses, visando encontrar os pontos ótimos. Trata-se de um procedimento envolvendo quatro etapas interdependentes entre si que, de acordo com Chinneck (2001, p.1), são: (i) *variáveis de decisão*: as variáveis do modelo devem ser coisas que podem ser controladas ou ajustadas, mas também elas devem ser definidas sem qualquer conhecimento prévio de seus valores; (ii) *função objetivo*: trata-se de uma expressão matemática na qual o investigador combina as variáveis de decisão, visando satisfazer seu objetivo de pesquisa; (iii) *restrições*: diferentemente da expressão matemática para a função objetivo, a expressão da restrição é uma expressão que combina variáveis para expressar o limite sobre as possíveis soluções; e (iv) *variáveis limites*, ou seja, as variáveis devem tomar valores limitados, sendo raramente se admite variáveis com valores menos infinitos ou mais infinitos.

O problema da PL divide-se em dois problemas: problema primal e problema dual. O problema canônico primal é associado à minimização e, segundo Feofiloff (2005), trata-se do conjunto de todas as restrições x que satisfazem a restrição do tipo $Ax = b$, sendo $x \geq 0$, para todo c mínimo. Enquanto isso, o problema dual é definido com base no do primal, isto é, se define a função objetiva do primal como a função de máximo, então a função do dual é de mínimo.

Goldberg (2005) afirma que a PL trata-se de um caso em que as variáveis são contínuas e apresentam o comportamento linear, tanto nas restrições quanto na função objetivo. Esta é na verdade a hipótese segunda a qual as variáveis do modelo são interdependentes, ou seja, não devem existir os termos cruzados. Além disso, esta modelagem é desenvolvida a partir de algumas hipóteses adicionais, tais como:

a) *Certeza*: os parâmetros do modelo não devem ser obtidos a partir de uma distribuição de probabilidade, ou seja, devem ser conhecidos pelo pesquisador.

b) *Proporcionalidade*: como há uma relação direta entre as variáveis de decisão e a função objetivo, então esta última deve variar em proporções fixas com variações de variáveis de decisão ou de controle. Por exemplo, o custo de cada atividade é proporcional ao nível de operação da atividade (FEOFILOFF, 2005, p.25).

c) *Divisibilidade*: não deve existir o problema combinatório, o que significa dizer, em outras palavras, que as variáveis de decisão podem ser fracionadas e assumirem valores não negativos.

d) *Não negatividade*. ss variáveis de decisões devem ter seus coeficientes (todos) positivos. Porque, segundo Chinneck (2001), se os coeficientes das variáveis de entrada forem negativos, a restrição em questão pode interceptar com as restrições ativas, mas a direção de aumento dessas variáveis afasta-se do ponto de interseção podendo tornar inviável a solução do problema.

e) *Aditividade*. O resultado da função objetivo é a soma dos resultados das variáveis de decisão, ponderados pelos respectivos coeficientes. Em termos econômicos, esta hipótese afirma que o PIB de uma nação deve ser igual à soma do valor adicionado dos setores da sua economia.

Em resumo, Sabater e Maheut (2012, p.39) afirmam que o problema básico do modelo de programação linear consiste em minimizar ou maximizar uma função objetivo linear de variáveis lineares contínuas, sujeitas a restrições lineares.

A contribuição da PL nas pesquisas operacionais tem sido recorrente. Ruberto et al. (2013) utilizaram esta abordagem na gestão de custos e na produtividade de uma propriedade rural e os resultados obtidos apontaram para uma grande utilidade da PL para gestão dos custos.

Okiishi e Sousa (2013) também utilizaram a programação linear e o método simplex para minimizar os custos associados ao transporte de medicamentos de uma rede de farmácias. Os autores concluíram que o método simplex é eficiente para resolver problemas práticos de otimização de transporte. Andrade et al. (2007) analisaram a localização econômica ótima de novas agroindústrias de abate e de processamento de aves e suínos no Brasil, concluindo que o custo mínimo associado ao atendimento de demanda de carne foi resultante de abertura de quatro unidades agroindustriais.

3. MÉTODO E MATERIAIS

É recorrente na literatura a utilização da abordagem gráfica para solucionar problemas de programação linear envolvendo apenas duas variáveis de decisões. Reeb e Leavengood (1998) argumentam que há pelos oito etapas necessárias quando se resolve o problema da PL através do método gráfico, a saber: (i) formulação do problema; (ii) construção do gráfico e tração das linhas das restrições, (iii) determinação do lado viável de cada linha de restrição, (iv) identificação da região da solução factível, (v) desenho das linhas das funções objetivos para determinar a direção de valores maiores, quando a função é de máximo, e de valores menores, quando a função é de mínimo, (vi) encontrar os pontos mais atraentes ou factíveis, (vii) determinar através da álgebra a solução mais ótima, e (viii) determinar os valores da função objetiva para a solução ótima.

Entretanto, com mais de duas variáveis, o método gráfico torna-se impraticável, sendo necessário o método simplex, visto que este último facilitaria a resolução do problema. Segundo Chinneck (2001), o método simplex é um motor algorítmico notavelmente simples e elegante para resolver problemas da PL e desenvolve-se em duas fases principais: encontrar a solução básica factível e realizar a interação até reunir as condições de paradas, ou seja, até tornar negativos os valores *da linha pivô*.

3.1 Fonte e base de dados

A pesquisa escolheu trabalhar com quatro variáveis (renda da Guiné-Bissau, renda da Índia, taxa de câmbio e exportações) para analisar os fluxos de exportação da castanha de caju para a Índia, considerando-se as quarenta últimas décadas que se estendem até 2010. A razão de se utilizar estas variáveis decorre no fato de que elas aparecem recorrentemente nos estudos empíricos de comércio internacional (ver GOLDSTEIN e KHAN, 1978; EHRHART e GUERINEAU, 2012; BERGSTRAND, 1989; BRADA e MÉNDEZ, 1985). Além disso, o comércio exterior da castanha, que expandiu desde a década de 1970 até os dias atuais, tem sido fortemente afetado pelas flutuações dessas variáveis, seja em função das alterações das políticas internas (que influenciam as oscilações das variáveis internas), seja devido ao comportamento dos agentes externos (demandantes).

Os dados da pesquisa foram coletados a partir de fontes variadas e de fácil acesso. As quantidades exportadas da castanha de caju da Guiné-Bissau têm como fonte o Fundo da Organização para Alimentação e Agricultura das Nações Unidas (FAO), a partir da sua base de dados FAOSTAT <Agricultural Trade >, e são do ano civil. A classificação da FAO dos dados do comércio segue a *Standard International Trade Classification, Revision 3 (SITC, Rev. 3)* e

referem-se aos dados de comércio em cada etapa produtiva reportados pelos governos de cada país e expressos em milhões de dólares americanos.

Os dados referentes às rendas brutas da Guiné-Bissau e da Índia foram obtidos junto à base de dados UNCTADSTAT <International Trade> da Conferência das Nações Unidas sobre o Comércio e Desenvolvimento (UNCTAD). Os dados sobre as rendas foram organizados considerando-se as informações fornecidas pelos governos e são expressos em milhões de dólares.

Os dados da taxa de câmbio são do Banco Central dos Estados da África Ocidental (BCEAO) e expressam a relação dólar americano/Franco CFA (moeda de Guiné-Bissau).

Cabe ressaltar, que todas as séries do modelo são de frequências anuais e o processo de análise foi dividido em duas etapas. Numa primeira, foram utilizados dois programas: *Gretl 2012* (Programa livre) e *Excel 2010*. O *Excel* foi utilizado para armazenar os dados, enquanto o *Gretl* serviu para estimar os coeficientes das variáveis de decisão. Já na segunda etapa, foi utilizado o método simplex para solução do problema matemático da programação linear contínua. Para tanto, trabalhou-se com o programa *LINGO 11.0* (LACHTERMACHER, 2011).

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Esta seção apresenta os resultados do presente estudo que busca otimizar as exportações da castanha de caju, com base nos valores das rendas e da taxa de câmbio. Os dados da FAO e UNCTAD estão organizados na seguinte tabela:

Tabela 1: Dados sobre as variáveis do modelo

Período	RGB (U\$)	RIND (U\$)	CAMB (U\$)	TOTAL (U\$)
1970	307	65947	276,28	66.530,28
1980	513	184761	214,488	185.488,488
1990	608	326796	271,671	327.675,671
2000	371	467788	711,637	468.870,637
2010	845	1704795	477,475	1.706.117,475

Fonte: Elaborada pelos autores com base nos dados da FAO e da UNCTAD (2015).

Com base na Tabela 1, foram efetuadas as estimadas de cada uma das variáveis contra o total das exportações verificado em cada período. A Tabela 2 apresenta os coeficientes reportados através da utilização do método de mínimos quadrados ordinários. Nela, estão evidenciados os coeficientes estimados para cada uma das variáveis de decisões e para cada ano. Optou-se por trabalhar com os coeficientes iguais para todos os anos analisados, de modo a permitir posteriormente a comparação entre o resultado obtido com a utilização da programação linear e o resultado total observado na última coluna da Tabela 1.

Tabela 2: Estimativa dos coeficientes de variáveis de decisão

Período	RGB (U\$)	RIND (U\$)	CAMB (U\$)
1970	33,1705	0,028	145,79
1980	33,1705	0,028	145,79
1990	33,1705	0,028	145,79
2000	33,1705	0,028	145,79
2010	33,1705	0,028	145,79

Exportações (U\$)*	53,06	0,05	63,19
-----------------------	-------	------	-------

Fonte: Elaborada pelos autores com base nos dados da FAO e UNCTAD.

*Resultado das estimativas do volume das exportações no período de 1970-2010.

Após o cálculo dos coeficientes, definiu-se a função objetivo que minimiza as exportações da castanha de caju para a Índia. Além disso, foram estabelecidas também as restrições de acordo com as variáveis de decisões.

4.1 Função objetivo

A expressão matemática da função objetivo é definida levando-se em consideração os valores dos coeficientes estimados apresentados da Tabela 2.

$$\text{MinExport} = 53,06RGB + 0,05RINDIA + 63,19CAMB \quad (1)$$

Export= Fluxo de exportações de castanha de caju da Guiné-Bissau para Índica (U\$);

RDB= Renda da Guiné-Bissau (U\$);

RINDIA= Renda da Índica (U\$);

CAMB= Câmbio (U\$/Franco CFA);

4.2 Restrições do modelo

Devido às características do setor externo guineense, é necessário definir algumas restrições para o problema de minimização proposto. Para tanto, considerou-se importante aplicar as restrições não somente a soma do conjunto das variáveis, mas, sobretudo, aos valores de cada uma delas, ou seja, considerar a influência de cada uma das variáveis no total exportado ao longo do horizonte de análise.

4.2.1 Restrições de renda

De acordo com o resultado da Tabela 1, as rendas médias anuais da Guiné-Bissau e da Índia de 1970, 1980, 1990, 2000 e 2010 são de \$33.127, \$92.637, \$163.702, \$234.079,5 e \$852.820, respectivamente. Portanto, considerou-se que a quantidade exportada da castanha de caju neste período deve ser no mínimo igual à renda média anual de ambos os países (Equação 2 a 6).

$$\text{Ano 1970} \quad RGB + RINDIA \geq \$33.127 \quad (2)$$

$$\text{Ano 1980} \quad RGB + RINDIA \geq \$92.637 \quad (3)$$

$$\text{Ano 1990} \quad RGB + RINDIA \geq \$163.702 \quad (4)$$

$$\text{Ano 2000} \quad RGB + RINDIA \geq \$234.079,5 \quad (5)$$

$$\text{Ano 2010} \quad RGB + RINDIA \geq \$852.820 \quad (6)$$

Além disso, tais exportações devem ser no mínimo iguais ao total da renda observada para cada década (equação 7 a 16).

$$\text{Ano 1970} \quad RGB \geq \$307 \quad (7)$$

$$\text{Ano 1970} \quad RINDIA \geq \$65947 \quad (8)$$

$$\text{Ano 1980} \quad RGB \geq \$513 \quad (9)$$

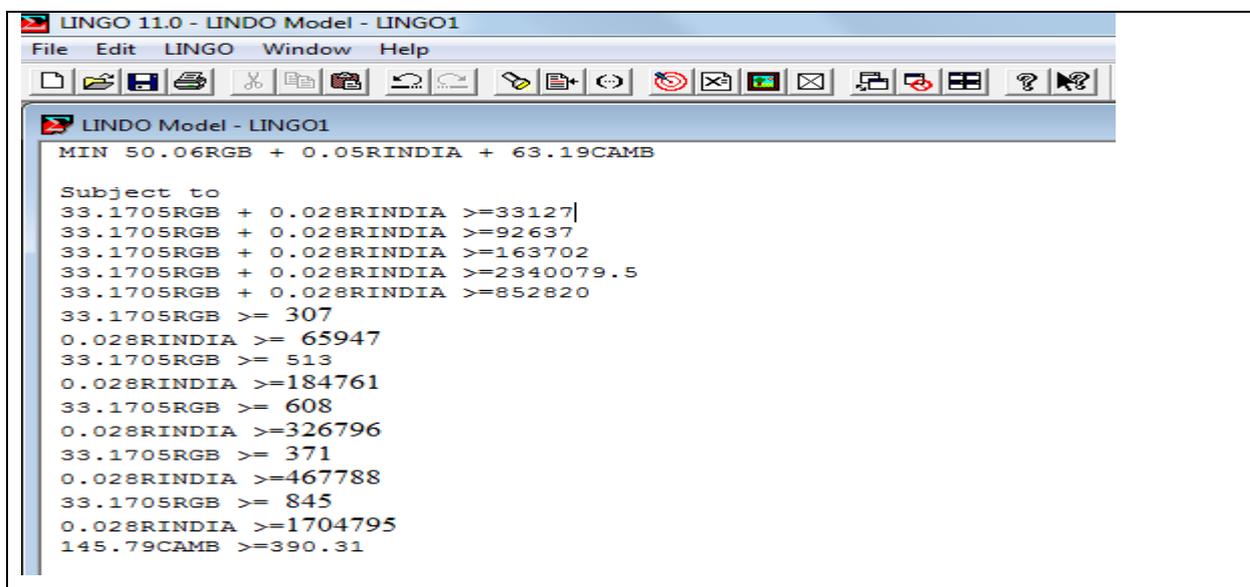
Ano 1980	$RINDIA \geq \$184761$	(10)
Ano 1990	$RGB \geq \$608$	(11)
Ano 1990	$RINDIA \geq \$326796$	(12)
Ano 2000	$RGB \geq \$371$	(13)
Ano 2000	$RINDIA \geq \$467788$	(14)
Ano 2010	$RGB \geq \$845$	(15)
Ano 2010	$RINDIA \geq \$1704795$	(16)

4.2.2 Restrições do câmbio

É comumente abordado na literatura de que as exportações são altamente sensíveis à volatilidade da taxa de câmbio ou dos níveis de preços relativos, a depender das características dos países e das firmas envolvidas no comércio internacional. Por exemplo, Auboin e Ruta (2011) afirmam que a maioria dos estudos empíricos aponta que existem pelo menos no curto prazo os efeitos da taxa de câmbio sobre o fluxo de comércio. Haddad e Pacaro (2010) mostram que a subvalorização real de câmbio funciona, sobretudo no médio prazo, tanto para promover o crescimento quanto para prover as exportações nos países de baixa renda. Desta forma, define-se a restrição do câmbio com base na taxa de câmbio médio observado ao longo de 1970 a 2010.

$$CAMB \geq \$390,31 \quad (17)$$

Tendo conhecido os parâmetros do modelo, o processo de minimização apresentado até aqui pode ser resumido conforme o quadro abaixo. Neste quadro, todas as informações levantadas a respeito das variáveis de decisão são organizadas em várias expressões matemáticas de acordo com a função objetivo e as restrições predefinidas.



```

LINGO 11.0 - LINDO Model - LINGO1
File Edit LINGO Window Help
MIN 50.06RGB + 0.05RINDIA + 63.19CAMB
Subject to
33.1705RGB + 0.028RINDIA >=33127|
33.1705RGB + 0.028RINDIA >=92637
33.1705RGB + 0.028RINDIA >=163702
33.1705RGB + 0.028RINDIA >=2340079.5
33.1705RGB + 0.028RINDIA >=852820
33.1705RGB >= 307
0.028RINDIA >= 65947
33.1705RGB >= 513
0.028RINDIA >=184761
33.1705RGB >= 608
0.028RINDIA >=326796
33.1705RGB >= 371
0.028RINDIA >=467788
33.1705RGB >= 845
0.028RINDIA >=1704795
145.79CAMB >=390.31

```

Fonte: Elaborado pelo autor.

Quadro 1: Função objetivo e restrições do modelo desenvolvido no software LINGO para resolução do problema de minimização.

Trata-se, portanto, de um modelo de programação linear que, com a ajuda do Software LINGO, foi possível realizar o cálculo e obter os valores ótimos para as variáveis de decisão (Tabela 3).

Tabela 2: Resultados do modelo

Período	RGB (U\$\$)	RINDIA (U\$\$)	CAMB (U\$\$)	Função objetivo (U\$\$)
1970-2010	19.152	0.6088	2.677	4.003.200.

Fonte: resultados da pesquisa.

De acordo com o modelo, a exportação mínima da castanha de caju para a Índia é de U\$\$ 4.003.200. Mas para atingir este nível ótimo, a renda média interna deve situar-se em 19.152 milhões de dólares, enquanto a renda externa deve ter seu valor médio de 0,6088 milhões de dólares ao longo de 1970-2010. Uma taxa de câmbio ótima que permite o fluxo mínimo das exportações da castanha de caju de Guiné-Bissau para Índia deve situar-se em U\$\$2.677/Franco CFA, indicando que a mesma deve ser valorizada.

Comparando este resultado com o total apresentado na Tabela 1, conclui-se que o resultado obtido através da abordagem de programação linear foi superior ao observado para os anos analisados (Tabela 4).

Tabela 4: Comparação dos resultados obtidos através da PL com o total verificado.

Período	TOTAL (U\$\$)		Variação (U\$\$)
1970	66.530,28	4.003.200	+59,17%
1980	185.488,488	4.003.200	+21,18%
1990	327.675,671	4.003.200	+11,21%
2000	468.870,637	4.003.200	+7,53%
2010	1.706.117,475	4.003.200	+1,34%

Fonte: Resultados da pesquisa.

De fato, os impactos da renda externa e da renda interna nas exportações podem ocorrer por um longo período de tempo, influenciando o comércio internacional da castanha de caju, pois os valores médios das variáveis do modelo obtidos através das possíveis soluções viáveis da função objetivo definido e das restrições impostas apresentam resultados factíveis.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo objetivou minimizar as exportações de castanha de caju da Guiné-Bissau para a Índia no período de 1970-2010 mediante a utilização da modelagem matemática de programação linear. Para tanto, uma expressão matemática, denominada função objetivo, foi definida e em seguida foram impostas 16 restrições considerando as rendas médias e o câmbio médio observado para o período analisado. Os resultados obtidos através da utilização do método simplex indicaram que o valor ótimo do volume das exportações da castanha de caju da Guiné-Bissau para Índia é de U\$\$ 4.003.200, sendo U\$\$ 19.152 milhões da renda interna e U\$\$ 0,6088 milhões da renda externa, enquanto o câmbio ótimo deve situar-se em U\$\$2.677/Franco CFA em média, de modo a minimizar as exportações para aquele país. Considerando o valor ótimo obtido utilizando a programação linear com o total observado em cada período, verifica-se que houve um respectivo crescimento no volume de exportações na ordem de 59,17%, 21,18%, 11,21%, 7,53% e 1,34% nas décadas 1970, 1980, 1990, 2000 e 2010.

Portanto, com base nesses resultados, sugere-se que a forma pela qual o país se inseriu no comércio internacional, com apenas um único produto importante para a geração de divisas e de emprego, naturalmente, o coloca em uma situação de vulnerabilidade externa, visto que as exportações do país também são sujeitas a variações nas variáveis externas, como a renda da

Índia, por exemplo. A combinação de taxa de câmbio eficiente com a renda interna crescente pode ser importante para promover o desenvolvimento das indústrias de processamento da castanha, de modo a gerar maior valor agregado ao produto. A confirmação desta hipótese requer estudos mais detalhados. O que se tem nos resultados desta pesquisa é um indício de que alguns fatores internos, incluindo a política cambial e a renda interna, tiveram efeitos significativos sobre a demanda externa. No entanto, estudos mais aprofundados são requeridos para se analisar como o desenho da situação institucional presente em Guiné-Bissau vem contribuindo para o desenvolvimento do setor exportador.

REFERÊNCIAS

ANDRADE ET, AL. Localização economicamente ótima das novas agroindústrias de abate e de processamento de aves e suínos no Brasil. **Revista de Economia e Agronegócio**, v. 5, n. 3, p. 378- 400, 2007.

AUBOIN, M.; RUTA, M. The relationship between exchange rates and international trade: a review of economic literature. World Trade Organization, Economic Research and Statistics Division, Staff Working Paper ERSD-2011-17, 28p.; 2011. Disponível em <https://www.wto.org/english/res_e/reser_e/ersd201117_e.pdf> . Acesso em 14/04/2015.

BCEAO: *Base de dados*. Disponível em: <<http://edenpub.bceao.int>>. Acesso em: 05 de março, 2014.

BRADA, J. C.; MÉNDEZ, J A. Economic integration among developed, developing and centrally planned economies: A comparative analysis. **The Reviews of Economics and Statistics**, v. 67, n., p. 549-556., aug.1985.

BERGSTRAND, J. H. The generalized gravity equation, monopolistic competition, and the factor proportions theory in international trade. **The Reviews of Economics and Statistics**, v. 67, n.4, p. 143-153, 1989.

CHINNECK, J. W. Practical Optimization: a gentle introduction. Disponível em <http://www.sce.carleton.ca/faculty/chinneck/po.html>. Acesso em 20 Abril de 2015.

DIAO, X.; DOROSH, P.; RAHMAN, S. M. Market Opportunities for African Agriculture: A General Equilibrium Examination of Demand-Side Constraints on Agricultural Growth in East and Southern Africa. *International Food Policy Research Institute*, n.154, 2007. Disponível no seguinte endereço eletrônico: <<http://www.ifpri.org/sites/default/files/pubs/pubs/abstract/154/rr154toc.pdf>>. Acesso: 20 jul, 2014.

EHRHART, H.; GUERINEAU, S. Commodity price volatility and Tax revenues: Evidence from developing countries. *Document de travail de la série Etudes et Documents*. França, p.4-27, 2012.

FEOFILOFF, P. **Programação Linear: programação linear Concreta**. São Paulo: Universidade de São Paulo, 2005.

FAO. *Base de Dados*. Disponível em: <<http://faostat.fao.org/site/342/default.aspx>>. Acesso em: 05 de março, 2015.

GOLDBARG, M.C. **Otimização combinatória e programação linear: Modelos de algoritmos**. Rio de Janeiro: Elsevier Ltda, 2005.

GOLDSTEIN, M.; KHAN, M. S. The supply and demand for exports: a simultaneous approach. **The Review of Economics and Statistics**, v. 60, n. 2, p. 275-286, Apr.1978.

Gretl: Disponível em: <http://gretl.sourceforge.net/>. Acesso em 10/04/2011.

GUINÉ-BISSAU. O caju da Guiné-Bissau (análise da fileira), 2004, p.01-71. Disponível em: <http://www.hubrural.org/IMG/pdf/guineebissau_filiere-anacarde.pdf>. Acesso em: 05 dez. 2014.

_____. Para além de Castanha de Caju: Diversificação através do comércio. 2010. Disponível em: <http://www.wds.worldbank.org/external/default/WDSContentServer/WDSP/IB/2011/02/10/000333038_20110210233340/Rendered/PDF/595620ESW0PORT1Main0Report01PUBLIC1.pdf>. Acesso em: 05 dez. 2014.

LACHTERMACHER, G. **Pesquisa operacional na tomada de decisões**. São Paulo- SP: Pearson Prentice Hall, 2011.

OKIISHI, T. F.; SOUSA, L. F. R. Método simplex aplicado à minimização dos custos de transporte de uma rede de farmácias. **Revista Eletrônica de Educação e Ciências (REEC)**, ISSN 2237 = 3462, v. 03, n. 01, p. 15-21, 2013.

REEB, J.; LEAVENGOOD, S. Using the graphical method to solve linear programs. *Operations research*, Oregon State University, p. 01-21, 1998. Disponível em <https://www.google.com.br/?gfe_rd=cr&ei=shYsVcGaNKWX8Qen6oC4Bg&gws_rd=ssl#q=linear+programming+graphical+method+pdf>. Acesso em 13/01/2015.

SABATER, J. P. G.; MAHEUT, J. Modelos y Métodos de Investigación de Operaciones. *Procedimientos para Pensar*, 2012. Disponível em <<http://personales.upv.es/jpgarcia/LinkedDocuments/modeladomatematico.pdf>>. Acesso em 13/04/2015.

RUBERTO, I. V. G.; MARETH, T.; PAIM, E. S. E.; PIENIZ, L. Contribuição da programação linear na gestão de custos e na produtividade em uma propriedade rural. **Custos e @gronegocio online**, v.9, n.1, p.185-202, jan/Mar, 2013.

UNITED NATIONS COMTRADE. Dados sobre o fluxo de comércio bilateral. Disponível em: <<http://comtrade.un.org/data/>>. Acesso: 06 dez.2014.

UNCTAD. Disponível em: <http://unctadstat.unctad.org/wds/ReportFolders/reportFolders.aspx?sRF_ActivePath=p,15912&sRF_Expanded=p,15912>. Acesso em 05 de março de 2015.